

**INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN**

***Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cúidense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.***

Evaluación		Recuperación		Guía	X	Taller		Refuerzo	
Periodo	I	Grado	11	Asignatura	CÁLCULO			fecha	26/02
Nombre del docente	EISSON FABIAN LESMES J. <a href="mailto:lesmeseissoncolmartin2020@gmail.com">lesmeseissoncolmartin2020@gmail.com</a> <a href="tel:3188638528">3188638528</a> .				Nombre del estudiante				

**GRADO 11 CÁLCULO  
AVA 2**

**Guía de trabajo semanas del 15 al 26 de febrero 2021**

**DESEMPEÑO GENERAL:** APLICA CORRECTAMENTE PARA MODELAR Y SOLUCIONAR SITUACIONES CONCRETAS DEL ENTORNO LAS PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES Y LAS DESIGUALDADES.

**EXPLORACIÓN**



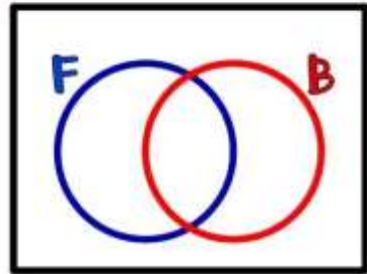
Las matemáticas se fundamentan en el pensamiento lógico matemático y dentro de este se trabaja un tema muy importante como son los conjuntos, es así como en esta guía trabajaremos todo lo relacionado con ellos, observa la siguiente situación y responde las preguntas.

**En y un aula de clases hay 34 estudiantes.**

**21 aficionados al Futbol**

**18 aficionados al Baloncesto**

**10 aficionados a ambos deportes**



1. Complete el diagrama a partir de la información.
2. Cuantos estudiantes no son aficionados a los dos deportes.
3. Cuantos estudiantes son aficionados únicamente al futbol.

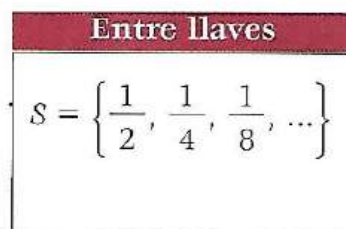
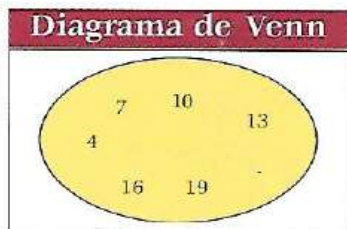
**ESTRUCTURACIÓN DEL CONOCIMIENTO**





**CONJUNTOS**

*Un conjunto es una colección de objetos, bien determinados. Es decir que, dado un objeto y un conjunto, se puede establecer si el objeto pertenece o no al conjunto. Cada objeto del conjunto se llama elemento.*

Los conjuntos se nombran con letras mayúsculas y su representación gráfica se realiza a través de diagramas o encerrando sus elementos entre llaves.



 Versión 3	<b>ALCALDIA DE VILLAVICENCIO</b> PROCESO DE EDUCACION MUNICIPAL Subproceso Instituciones Educativas- Gestión Académica y de Convivencia Escolar	FR-1585-GA05  Vigencia:06/09/2019	
	<b>EVALUACIÓN, GUIA, TALLER, REFUERZO Y RECUPERACIÓN</b>	Documento controlado	
		Página 2 de 1	

### INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN

*Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuidense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.*

### Determinación de conjuntos

Los conjuntos se pueden determinar por extensión y por comprensión.

Un conjunto se determina por extensión cuando se nombra cada elemento que lo integra.

Por ejemplo, el conjunto de los números naturales impares mayores que 5 se determina así:

$$M = \{7, 9, 11, 13, 15, \dots\}$$

Un conjunto se determina por comprensión cuando se recurre a la propiedad que lo caracteriza y que sólo cumplen sus elementos.

Por ejemplo, el conjunto anterior se determina por comprensión así:

$$M = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n + 5\}$$

### Ejercicio resuelto

Determinar por extensión y por comprensión cada uno de los siguientes conjuntos.

- El conjunto de los números primos menores que 35.
- El conjunto de los cuadrados perfectos menores que 100.
- El conjunto de los números enteros que dividen a  $-8$ .

#### SOLUCIÓN

- Por extensión:  $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\}$   
 Por comprensión:  $P = \{x / x \text{ es un número primo} \wedge 1 < x < 35\}$
- Por extensión:  $C = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$   
 Por comprensión:  $C = \{x \in \mathbb{Z} / x = n^2 \wedge 0 \leq n < 100, n \in \mathbb{Z}\}$
- Por extensión:  $D = \{-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8\}$   
 Por comprensión:  $D = \{x \in \mathbb{Z} / -8 = cx \wedge c \in \mathbb{Z}\}$

### 2.2. Relación de pertenencia

Se dice que un elemento *pertenece* a un conjunto si cumple con la o las características que definen el conjunto. El símbolo  $\in$  se utiliza para representar esta relación. Así, si el elemento  $a$  cumple con las características del conjunto  $B$ , se escribe  $a \in B$  y se lee " $a$  pertenece a  $B$ ". Si el elemento  $t$  no pertenece al conjunto  $H$  se escribe  $t \notin H$  y se lee " $t$  no pertenece a  $H$ ".

### Ejercicio resuelto



Dado el conjunto  $T = \{x \in \mathbb{Q} / -1 \leq x < 7\}$ , determinar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- $-0,15 \in T$
- $-\frac{4}{3} \in T$
- $7 \in T$
- $\{3\} \in T$

#### SOLUCIÓN

- $-0,15 \in T$  es verdadera.
- $-\frac{4}{3} \in T$  es falsa.
- $7 \in T$  es falsa.
- $\{3\} \in T$  es falsa, ya que  $\{3\}$  es un conjunto cuyo único elemento es 3 y no es un elemento de  $T$ . Es decir, la relación entre  $\{3\}$  y  $T$  no es de pertenencia.



 Versión 3	<b>ALCALDIA DE VILLAVICENCIO</b> PROCESO DE EDUCACION MUNICIPAL Subproceso Instituciones Educativas- Gestión Académica y de Convivencia Escolar	FR-1585-GA05  Vigencia:06/09/2019	
	<b>EVALUACIÓN, GUIA, TALLER, REFUERZO Y RECUPERACIÓN</b>	Documento controlado	
		Página 3 de 1	

### INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN

*Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuidense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.*

## Relaciones entre conjuntos

### Relación de contención

El curso 11-01 ha sido dividido en grupos, según la carrera que piensan estudiar. Así, hay un grupo que piensa estudiar ingeniería, otro que va a estudiar medicina, otro que va a estudiar finanzas y otro, artes plásticas.

La situación se representa en el diagrama 1.

Esta situación representa la relación de contención entre conjuntos.

Se dice que un conjunto  $A$  está incluido en un conjunto  $B$  si y sólo si todo elemento de  $A$  es también elemento de  $B$ .

Se simboliza  $A \subset B$  y se lee "A está contenido en B" o "A es subconjunto de B". Igualmente, si el conjunto  $B$  contiene el conjunto  $A$ , se simboliza  $B \supset A$  y se lee "B contiene a A".

Pero si existe por lo menos un elemento de  $A$  que no pertenece a  $B$ , se concluye que  $A$  no está contenido o no está incluido en  $B$  y se simboliza  $A \not\subset B$ . Se lee "A no está contenido en B" o "A no es subconjunto de B".

## Ejercicio resuelto

**Determinar las relaciones de contención entre cada par de conjuntos.**

$$M = \{x/x \in \mathbb{N}: x \text{ es divisible entre } 5\}$$

$$O = \{x/x \in \mathbb{Q}: x - 5 \geq 0\}$$

$$N = \left\{x/x \in \mathbb{R}: -\frac{1}{5} < x\right\}$$

$$P = \{x/x \in \mathbb{N}: -2 \leq x \leq 0\}$$

### SOLUCIÓN

- $M \subset O$ , ya que todos los naturales divisibles entre 5 cumplen la condición  $x - 5 \geq 0$ .
- $O \subset N$ , ya que todos los racionales mayores o iguales que 5 están incluidos en los reales mayores que  $-\frac{1}{5}$ .

## Clases de conjuntos

De acuerdo con la cantidad de elementos, un conjunto puede ser vacío, finito o infinito. Existe además un conjunto conocido como referencial o universal cuyos elementos son todos los objetos de estudio en un contexto dado.

### Ejemplo 2

El conjunto  $B$  de todos los números pares que son impares es vacío, pues no existe un número que sea par e impar al mismo tiempo.

El conjunto  $C$  de todos los divisores de 20 es finito, pues sus elementos se pueden contar.

El conjunto  $D$  de todos los números impares es infinito, pues no existe un último número impar.

Para todos estos conjuntos, el conjunto universal o de referencia es el conjunto de los números naturales  $\mathbb{N}$ .



**INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN**

***Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuidense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.***

## Operaciones entre conjuntos

Existen unas **operaciones básicas** que se pueden realizar con los conjuntos. Estas operaciones son la **unión**, la **intersección**, la **diferencia**, la **diferencia simétrica** y el **complemento**.

- La **unión** de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto al que pertenecen todos los elementos de  $A$  y  $B$ . Se representa  $A \cup B$ .
- La **intersección** de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto al que pertenecen todos los elementos comunes de  $A$  y  $B$ . Se nota  $A \cap B$ .
- La **diferencia** entre  $A$  y  $B$ , notada como  $A - B$ , es el conjunto al que pertenecen todos los elementos de  $A$  que no pertenecen a  $B$ .
- La **diferencia simétrica** de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto  $A \Delta B$  cuyos elementos pertenecen ya sea a  $A$  o a  $B$ , pero no a ambos a la vez.
- El **complemento** de un conjunto  $A$  es el conjunto  $A^c$  que contiene todos los elementos (respecto de algún conjunto referencial) que no pertenecen a  $A$ .

**Ejemplo**

Dado el diagrama de Venn de la Figura 1.3, se tiene:

- $A \cup R = \{3, 5, 7, 9, 25, 33\}$
- $A \cap C = \{3, 7\}$
- $R - C = \{9, 33\}$
- $C - R = \{3, 21\}$
- $R \Delta C = \{3, 9, 21, 33\}$
- $A^c = \{5, 17, 21, 33\}$

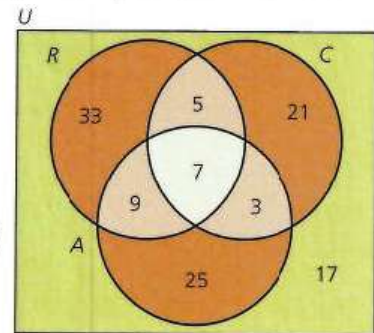


Figura 1.3

Algunas propiedades de las operaciones entre conjuntos se muestran en la Tabla 1.1.

Propiedad	Unión	Intersección
Asociativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Conmutativa	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Absorción	$A \cup (B \cap A) = A$	$A \cap (B \cup A) = A$
Distributiva	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Tabla 1.1

**PRÁCTICA Y TRANSFERENCIA**



**Ⓜ EJERCITACIÓN.** Determinar por extensión los siguientes conjuntos.

1.  $\{x/x \in \mathbb{N}, x + 1 = 3\}$
2.  $\{x/x \in \mathbb{N}, x < 16\}$
3.  $\{x/x \in \mathbb{N}, x - 4 \leq 19\}$
4.  $\{x/x \in \mathbb{N}, x \text{ es primo, } y, x^2 = 9\}$



**INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN**

*Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuidense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.*

**P RAZONAMIENTO.** Determinar por comprensión cada conjunto.

1.  $C = \{2, 4, 6, 8, 1, 12, \dots\}$

2.  $Y = \{1\}$

3.  $X = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$

4.  $J = \emptyset$

5.  $W = \{\dots -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, \dots\}$

**Ejercitación**

1 Observa el diagrama de Venn de la Figura 1.4.

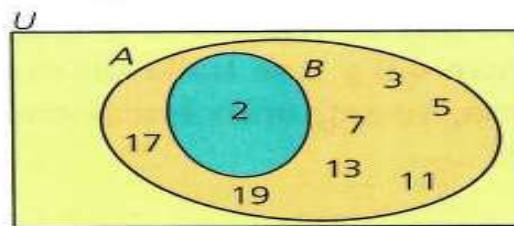
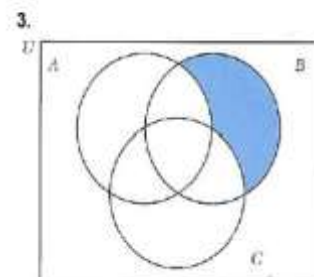
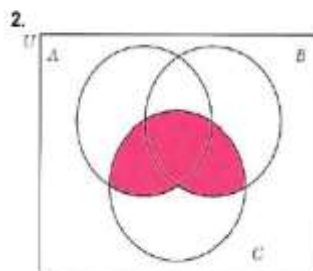
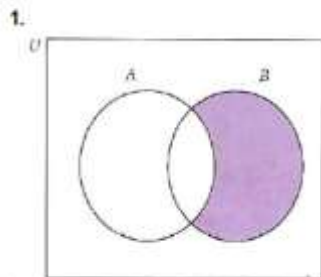


Figura 1.4

- Escribe los elementos del conjunto A. ¿Qué tipo de números pertenecen a tal conjunto?
- ¿Qué clase de conjunto es B?
- ¿Existe  $A \cap B$ ? Si es así, indica cuáles son sus elementos; si no existe, explica las razones.
- Halla  $A \cup B$  y  $B \cup A$ , y escribe una conclusión.

\* **PARA PENSAR.** Escribir una expresión que represente la región sombreada.



**Evaluación del aprendizaje**

- ✓ Cada uno de los 40 estudiantes de un curso practica al menos uno de estos deportes: fútbol, baloncesto o voleibol. Se sabe que 18 juegan fútbol, 20 practican baloncesto, 27 juegan voleibol, 7 prefieren fútbol y baloncesto, 12 juegan baloncesto y voleibol y 4, los tres deportes.
- Dibuja un diagrama de Venn para interpretar el enunciado. Llama F al conjunto de los estudiantes que juegan fútbol, V al de quienes juegan voleibol y B a quienes practican baloncesto.
  - De acuerdo con el diagrama, ¿cuántos estudiantes practican fútbol y voleibol?, ¿cuántos juegan fútbol y voleibol pero no baloncesto?

