INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN

Evaluación		Recuperación		Guía	X	Taller		Refuerzo	
Periodo	II	Grado	11	Asignatura	Cálculo			fecha	28/05
Nombre del docente		EISSON FABIAN LESMES J. lesmeseissoncolmartin2020@gmail.com 3188638528.			Nombre del estudiante				

GRADO 11 CÁLCULO

AVA 8

Guía de trabajo semanas del 21 junio al 16 de julio 2021

DESEMPEÑO GENERAL: DETERMINA CON EXACTITUD POR INSPECCIÓN Y POR PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS Y ANALÍTICOS EL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN Y LA CONTINUIDAD DE LA MISMA APLICANDO PROPIEDADES.

EXPLORACIÓN

El cálculo de límites de funciones en un elemento importante en el análisis y la aplicación de las matemáticas, observe los siguientes límites de funciones y luego responda las preguntas

$$1)\quad \lim_{x \to -3} \frac{x^2+4x+3}{x+3}$$

$$2)\quad \lim_{x \to 2} \frac{2x^2-3x-2}{x^3-2x^2-3x+6}$$

1. ¿Qué sucede si calcula esos límites usando el principio de sustitución?
2. ¿En el primer límite el numerador es un trinomio, como se realiza la factorización de ese trinomio?
3. ¿Es posible factorizar el numerador y el denominador del segundo límite? ¿cómo lo haría?

ESTRUCTURACIÓN DEL CONOCIMIENTO

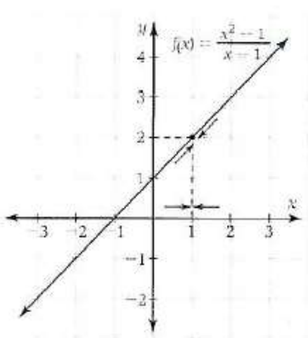

Figura 5

1.5. Límites de funciones indeterminadas

Al emplear el principio de sustitución directa es posible encontrar resultados que no existen, como $\frac{a}{0}$ con $a \neq 0$, o también, indeterminaciones como $\frac{0}{0}$.

Por ejemplo, al hacer la sustitución con $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ resulta la indeterminación $\frac{0}{0}$; pero, a partir del gráfico (*figura 5*) se tiene que los límites laterales son:

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = 2 \text{ y } \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$$

Lo cual indica que el límite existe y es 2, es decir, $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$

Es importante anotar que tanto para los casos en que el límite no existe $\left(\frac{a}{0}\right)$ o en los casos en los que se presenta una indeterminación, la gráfica es una herramienta muy útil para el respectivo análisis.

1.5.1. Límites de funciones racionales

Si $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios de grado n y m respectivamente y $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{0}{0}$,

la indeterminación se evita factorizando el numerador $P(x)$ o el denominador $Q(x)$, de modo que el binomio $(x - a)$ se simplifique así:

$$\lim_{x \to a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x \to a} \frac{(x-a)\,P_1(x)}{(x-a)\,Q_1(x)} = \lim_{x \to a} \frac{P_1(x)}{Q_1(x)}.$$

ALGO IMPORTANTE

Principios para el cálculo de un límite

1. Realizar la sustitución directa.
2. Encontrar una expresión equivalente a la función usando factorización o racionalización.
3. Hallar los límites laterales.

En límites de funciones racionales y radicales se usan el 1º y el 2º.

Ejercicio resuelto

Calcular los siguientes límites.

a. $\lim\limits_{a \to 2} \dfrac{a^2 + a - 6}{a - 2}$ **b.** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 + \frac{4}{x}}{1 - \frac{2}{x}}$ **c.** $\lim\limits_{t \to 1} \dfrac{1}{t - 1}$

SOLUCIÓN

Aplicando los principios para el cálculo de un límite se tiene que:

a. 1. $\lim\limits_{a \to 2} \dfrac{a^2 + a - 6}{a - 2} = \dfrac{0}{0}$

2. $\lim\limits_{a \to 2} \dfrac{a^2 + a - 6}{a - 2} = \lim\limits_{a \to 2} \dfrac{(a-2)(a+3)}{(a-2)} = \lim\limits_{a \to 2} (a + 3) = 2 + 3 = 5$

b. 1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 + \frac{4}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = \dfrac{1 + \frac{4}{0}}{1 - \frac{2}{0}}$; $\dfrac{4}{0}$ y $\dfrac{2}{0}$ no existen.

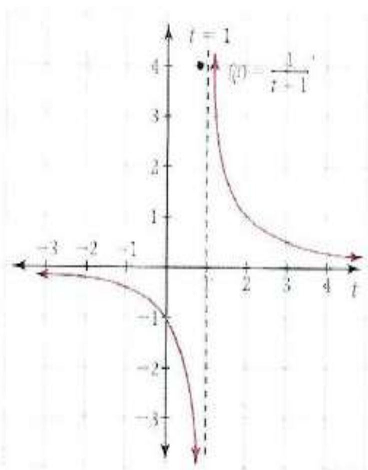

Figura 6

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 + \frac{4}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\frac{x+4}{x}}{\frac{x-2}{x}} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x + 4}{x - 2} = -2.$

c. 1. $\lim\limits_{t \to 1} \dfrac{1}{t - 1} = \dfrac{1}{0}$

2. No es posible factorizar ni racionalizar la función $\dfrac{1}{t-1}$.

3. $\lim\limits_{t \to 1^+} \dfrac{1}{t - 1} = \infty$ y $\lim\limits_{t \to 1^-} \dfrac{1}{t - 1} = -\infty$ (observar la figura 6).

Como los límites laterales son distintos, entonces, el límite no existe.

Así, $\lim\limits_{t \to 1} \dfrac{1}{t - 1}$ no existe (*figura 6*).

INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN

Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuídense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.

VIDEOS DE APOYO
https://www.youtube.com/watch?v=h9lEAU5-CSg&t=3s
https://www.youtube.com/watch?v=kO_D4w13vyg&t=2s

PRÁCTICA Y TRANSFERNCIA

En esta actividad debe desarrollar 5 ejercicios, los que quiera de la actividad ejercitación y 5 ejercicios, los que quiera de la actividad modelación

ACTIVIDADES

1 EJERCITACIÓN. Determinar cuáles de los siguientes límites presentan indeterminaciones.

1. $\lim\limits_{x\to 0} x^2 + 4x + 2$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$
3. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+1}{x-1}$
4. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2-1}{x-1}$
5. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$
6. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-3x+1}{x^2+3}$
7. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-1}{x+1}$
9. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x}-2}{x-2}$
10. $\lim\limits_{x\to 1} (x-1)^{(x-1)}$
11. $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^3+2x}{x-3}$
12. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2+x-1}$
13. $\lim\limits_{x\to 2} (x-2)\cdot\left(\frac{1}{x-2}\right)$
14. $\lim\limits_{x\to 1} 1^{\frac{1}{1-x}}$

SC-CER779096

INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN

<u>Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuídense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.</u>

P MODELACIÓN. Factorizar cada expresión para poder calcular el límite.

15. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

16. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$

17. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x - 3}{x^2 - 9}$

18. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 1}{x + 1}$

19. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 8}{x + 2}$

20. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^5 - 1}{x^3 - 1}$

21. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

22. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3x^2 - 4x - 15}{x^2 - 5x + 6}$

23. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x - 3}{x^2 - 2x - 3}$

24. $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} \dfrac{6x^2 + 5x - 6}{15x^2 - 7x - 2}$

25. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 1}{x^4 - 1}$

26. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^2 - x - 20}{x^2 - 7x + 10}$

27. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$

28. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^4 + 6x^2 - 7}{x^4 + 8x^2 - 9}$

29. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 4}$

30. $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x + 4}{x^2 - 6x - 40}$