INSTITUCION EDUCATIVA COLEGIO MIGUEL ANGEL MARTIN

Esperamos que se encuentren todos bien, Dios nos bendiga y permita que podamos superar pronto esta crisis, cuídense y cuidemos a los demás quedándonos en casa y evitando el contagio de COVID-19.

Evaluación		Recuperación		Guía	X	Taller			Refuerzo	
Periodo	IV	Grado	11	Asignatura	Estadística				fecha	22/10
Nombre del docente		EISSON FABIAN LESMES J. lesmeseissoncolmartin2020@gmail.com 3188638528.			Nombre del estudiante					

GRADO 11 ESTADÌSTICA

GUIA DE APRENDIZAJE 14

semanas del 04 octubre al 22 de octubre 2021

DESEMPEÑO GENERAL: EXPONE CON PROPIEDAD FRENTE A SUS COMPAÑEROS DEDUCCIONES, ANÁLISIS E INTERPRETACIONES DEL COMPORTAMIENTO DE DIFERENTES GRÁFICAS Y FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL Y NORMAL.

EXPLORACIÓN

Los cuatro posibles resultados que podrían ocurrir si lanzas una moneda dos veces se muestran en la Tabla 1. Observa que los cuatro

Resultado	Primer volado	Segundo Volado
1	Águila	Águila
2	Águila	Sol
3	Sol	Águila
4	Sol	Sol

Tabla 1.

Número de águilas	Probabilidad
0	
1	
2	

Tabla 2.

Compltete la Tabla 2 a partir de la inforamciòn de la Tabla 1

ESTRUCTURACIÓN DEL CONOCIMIENTO

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

3.1. Introducción

Estudiaremos en este tema dos de las distribuciones de probabilidad más importantes y que son imprescindibles a la hora de adentrarnos en el estudio de la inferencia estadística. La distribución binomial es uno de los primeros ejemplos de las llamadas distribuciones discretas (que sólo pueden tomar un número finito, o infinito numerable, de valores). Fue estudiada por Jakob Bernoulli (Suiza, 1654-1705), quién escribió el primer tratado importante sobre probabilidad, "Ars conjectandi" (El arte de pronosticar).

3.2. La distribución binomial o de Bernoulli

La distribución binomial está asociada a experimentos del siguiente tipo:

- Realizamos n veces cierto experimento en el que consideramos sólo la posibilidad de éxito o fracaso.

- La obtención de éxito o fracaso en cada ocasión es independiente de la obtención de éxito o fracaso en las demás ocasiones.

- La probabilidad de obtener éxito o fracaso siempre es la misma en cada ocasión.

Veámoslo con un *ejemplo*

Tiramos un dado 7 veces y contamos el número de cincos que obtenemos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres cincos?.

Este es un típico ejemplo de distribución binomial, pues estamos repitiendo 7 veces el experimento de lanzar un dado. ¿Cuál es nuestro éxito?.

Evidentemente, sacar un 5, que es en lo que nos fijamos.

El fracaso, por tanto, será no sacar 5, sino sacar cualquier otro número.

Por tanto, Éxito = E = "sacar un 5" $\Longrightarrow p(E) = \frac{1}{6}$

Fracaso = F = "no sacar un 5" $\Longrightarrow p(F) = \frac{5}{6}$

Para calcular la probabilidad que nos piden, fijémonos en que nos dicen que sacamos 3 cincos y por lo tanto tenemos 3 éxitos y 4 fracasos, ¿de cuántas maneras pueden darse estas posibilidades?. Podríamos sacar 3 cincos en las 3 primeras tiradas y luego 4 tiradas sin sacar cinco, es decir: EEEFFFF Pero también podríamos sacar EFEFFFE, es decir que en realidad estamos calculando de cuántas maneras se pueden ordenar 4 fracasos y 3 éxitos. Recordando las técnicas combinatorias, este problema se reduce a calcular las permutaciones con elementos repetidos:

$$P_7^{3,4} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35\text{formas}$$

Y por tanto, como $p(E) = \frac{1}{6}$ y tengo 3 éxitos y $p(F) = \frac{5}{6}$ y tengo 4 fracasos:

$$p(\text{tener 3 éxitos y 4 fracasos}) = 35 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 0'0781$$

Formalizando lo obtenido, en una variable binomial con 7 repeticiones y con probabilidad de éxito $\frac{1}{6}$, la probabilidad de obtener 3 éxitos es 0'0781, y lo expresaríamos:

$$\text{Bin}\left(7; \frac{1}{6}\right), \text{entonces } p(X = 3) = 0'0781$$

Como repetir este proceso sería bastante penoso en la mayoría de los casos, lo mejor es recurrir a la siguiente fórmula que expresa la probabilidad de obtener cierto número de éxitos en una distribución binomial:

Definición de distribución binomial:

Si realizamos n veces un experimento en el que podemos obtener éxito, E, con probabilidad p y fracaso, F, con probabilidad q ($q = 1 - p$), diremos que estamos ante una distribución binomial de parámetros n y p, y lo representaremos por Bin(n;p). En este caso la probabilidad de obtener k éxitos viene dada por:

$$p(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{(n-k)}$$

Nota:

Observar que las probabilidades de éxito y fracaso son complementarias, es decir, q = 1-p y p = 1-q, por lo que basta saber una de ellas para calcular la otra.

Ejemplo:

Antes teníamos $\text{Bin}\left(7; \frac{1}{6}\right)$, y queríamos calcular p(X=3) (obtener 3 éxitos). Aplicando la fórmula:

$$p(X = 3) = \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0'0781$$

Donde:

n = Número de ensayos/experimentos

x = Número de éxitos

p = Probabilidad de éxito

q = Probabilidad de fracaso (1-p)

Es importante resaltar que la expresión entre corchetes no es una expresión matricial, sino que es un resultado de una combinatoria sin repetición. Este se obtiene con la siguiente formula:

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

Ejemplo:

Supongamos que la probabilidad de que una pareja tenga un hijo o una hija es igual. Calcular la probabilidad de que una familia con 6 descendientes tenga 2 hijos.

En este caso Éxito = E = "tener hijo" y p(E) = 0'5.

Fracaso = F = "tener hija" y p(F) = 0'5.

Estamos por tanto ante una binomial Bin(6;0'5) y nos piden p(X=2).

Si aplicamos la fórmula es:

$$p(X=2) = \binom{6}{2} \cdot (0'5)^2 \cdot (0'5)^4 = 0'2344$$

Nota:

La elección de éxito o fracaso es subjetiva y queda a elección de la persona que resuelve el problema, pero teniendo cuidado de plantear correctamente lo que se pide. En el caso concreto del ejemplo anterior, si:

Éxito = "tener hija", como nos piden la probabilidad de que una familia con 6 hijos tenga 2 hijos, si el éxito es tener hija hemos de plantearnos cuál es la probabilidad de tener 4 éxitos (4 hijas), es decir:

$$p(X=4) = \binom{6}{4} \cdot (0'5)^4 \cdot (0'5)^2 = 0'2344$$

Evidentemente sale lo mismo, pero hay que ser consecuente a la hora de elegir el éxito y el fracaso y la pregunta que nos hagan.

PRÁCTICA Y TRANSFERNCIA

Resuelva la siguiente actividad teniendo en cuenta lo trabajado en las fases anteriores

VIDEO

https://www.youtube.com/watch?v=-XxZGvNClkg

ACTIVIDAD

1. ***A partir de la fórmula de distribución binomial organice un mapa mental en el que explique cada uno de los elementos que la conforman.***
2. ***Realice un glosario con las palabras desconocidas que aparecen en el documento.***